Serie 4

1. Wir untersuchen die Erfolgswahrscheinlichkeiten bei einer Aufnahmeprüfung an zwei Departementen einer Universität und betrachten folgende Ereignisse:

$$\begin{aligned} A &= \text{Kandidat ist männlich.} \\ A^c &= \text{Kandidat ist weiblich.} \\ B &= \text{Kandidat bewirbt sich bei Departement I.} \\ B^c &= \text{Kandidat bewirbt sich bei Departement II.} \\ C &= \text{Kandidat wird aufgenommen.} \\ C^c &= \text{Kandidat wird abgelehnt.} \end{aligned}$$

Wir nehmen an, dass die folgenden Wahrscheinlichkeiten gelten (diese Zahlen entsprechen relativen Häufigkeiten in Berkeley 1973):

$$\begin{aligned} &P[A] = 0.73, \\ &P[B|A] = 0.69,\ P[B|A^c] = 0.24, \\ &P[C|A \cap B] = 0.62,\ P[C|A^c \cap B] = 0.82,\ P[C|A \cap B^c] = 0.06,\ P[C|A^c \cap B^c] = 0.07. \end{aligned}$$

a) Erläutere mit Worten: $P[C|A \cap B] = 0.62$, $P[C|A^c \cap B] = 0.82$, $P[C|A \cap B^c] = 0.06$, $P[C|A^c \cap B^c] = 0.07$. Findest Du aufgrund dieser Zahlen, dass Frauen benachteiligt sind?

b) Berechne $P[C|A]$ und $P[C|A^c]$ und erläutere mit Worten. Vergleiche Deine Resultate mit Deiner Antwort in **a)**.

2. Ein Nachrichtenkanal überträgt binäre Codewörter zu je 1024 Bits. Die einzelnen Bits werden unabhängig voneinander mit Wahrscheinlichkeit $p = 10^{-3}$ falsch übertragen. Ein Wort wird genau dann richtig decodiert, wenn es drei oder weniger falsch übermittelte Bits enthält. Es bezeichne X die Anzahl falsch übertragener Bits in einem Codewort.

a) Welche Verteilung besitzt X?

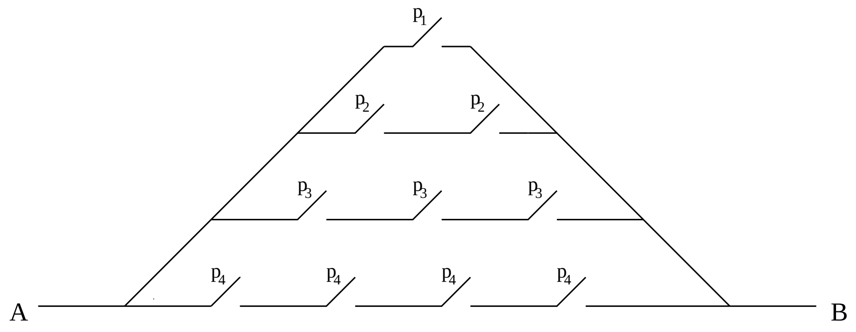
b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein Codewort richtig decodiert wird. Verwende eine passende Approximation der Verteilung X.

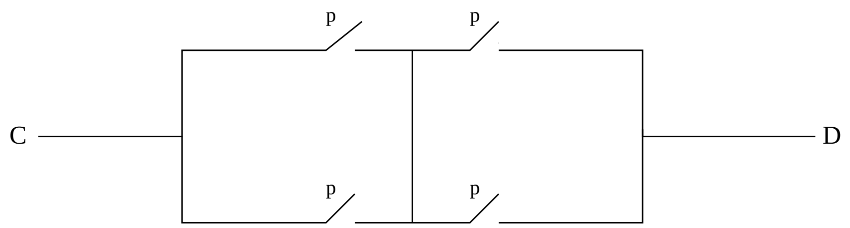
c) Eine Meldung bestehend aus 1000 Wörtern wird übermittelt. Was ist die erwartete Anzahl falsch decodierter Wörter?

d) Berechne für die Meldung aus 1000 Wörter die Wahrscheinlichkeit, dass 15 oder 16 Wörter falsch decodiert werden, indem Du die Approximation von de Moivre-Laplace benutzt.

Bitte wenden!

3. Betrachte die folgenden zwei elektrischen Schaltungen. Nimm an, dass alle Schalter unabhängig voneinander offen oder geschlossen sind. Bezeichne mit S_{AB} (bzw. S_{CD}) das Ereignis "Strom fliesst von A nach B (bzw. "Strom fliesst von C nach D"). Berechne die Wahrscheinlichkeiten $P[S_{AB}]$ und $P[S_{CD}]$.
p_i, $1 \leq i \leq 4$, bzw. p bezeichne dabei die Wahrscheinlichkeit, dass der entsprechende Schalter geschlossen ist.





4. In einem Quiz ist ein Auto zu gewinnen, welches hinter einer von drei Türen versteckt ist. Der Quizmaster zum Kandidaten: "Wählen Sie eine Tür, bitte!" Der Kandidat wählt eine, doch bevor er sie öffnet, ruft der Quizmaster: "Halt! Ich öffne Ihnen eine der verbleibenden zwei Türen, hinter welcher das Auto sicher nicht ist." Er öffnet sie und fragt: "Wollen Sie immernoch Ihre Tür oder wollen Sie vielleicht doch wechseln?" Würdest Du wechseln? (Begründung)

Abgabe: Freitag, 30. April 1999.
Präsenz: Mo-Do, 12.00-13.00 Uhr, im HG G32.6.