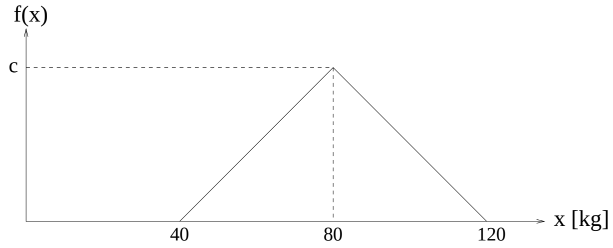
# Übung 9

**1.** Für eine Luftseilbahn soll die obere Schranke $n$ für die Anzahl der zu befördernden Passagiere pro Fahrt so bestimmt werden, dass mit der Wahrscheinlichkeit von mindestens 0.99 die Gesamtnutzlast $G = 9000\,kg$ nicht überschritten wird.

Die Zufallsvariable $X$ bezeichne das Gewicht einer zufällig ausgewählten Person in Winterbekleidung und mit Skiausrüstung. Wir nehmen an, dass $X$ die folgende Dichte $f(x)$ besitzt:




**a)** Bestimme $c$ und berechne $\mathbf{E}[X]$ und $\mathrm{Var}(X)$.
**b)** Bestimme $n$ mittels Approximation durch die Normalverteilung.

**2.** Seien $X_1, X_2, \dots$ i.i.d. mit Verteilungsfunktion $F$ und $U_n = \min_{1 \le i \le n} X_i$, $V_n = \max_{1 \le i \le n} X_i$.
**a)** Berechne die Verteilungsfunktionen von $V_n$ und $U_n$.
**b)** Was ist die Verteilung von $U_n$, wenn $X_i \sim \mathrm{Exp}(\alpha)$?
**c)** Sei $X_i \sim \mathrm{Uniform}(0,1)$. Zeige, dass die Verteilung $\mu_n$ von $n(1-V_n)$ schwach konvergiert, und bestimme die Grenzverteilung.

**3.** **a)** Zeige: $\mu_n \to \mu$ schwach $(n \to \infty)$ genau dann, wenn

$$\phi_{\mu_n}(t) = \int e^{itx}\,d\mu_n(x) \to \phi_\mu(t) = \int e^{itx}\,d\mu(x)\ \forall t\,.$$

*Hinweis*: Verwende das folgende Resultat aus der Analysis. Zu jedem $m$ und jedem $\varepsilon > 0$ existieren ein $K$ und Koeffizienten $a_0, a_1, \dots, a_K, b_1, \dots, b_K$ mit

$$\left| f(x) - \left(a_0 + \sum_{j=1}^{K} \left\{ a_j \cos\left(j\frac{\pi}{m}x\right) + b_j \sin\left(j\frac{\pi}{m}x\right)\right\}\right)\right| \le \varepsilon\ \forall x \in ]-m, m[\,.$$

**b)** Seien $X_i$ i.i.d. mit $\mathbf{E}[X_i] = 0$ und $\sigma^2 = \mathbf{E}[X_i^2] < \infty$. Zeige, dass $\phi_{S_n^*}(t) \to e^{-\frac{t^2}{2}}$ $(n \to \infty)$.

*Bemerkung*: Für $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ ist $\phi_X(t) = e^{-t^2/2}$.

**Präsenz:** Montag bis Donnerstag, 12.00–13.00 Uhr im HG G32.6

**Abgabe:** Freitag, 11. Juni 1999 in der Vorlesung

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Neue Gruppenaufteilung:** | Gruppe Thomas Grischott: | HG F5, | A–He |
| | Gruppe Mario Wüthrich: | HG G26.1, | Hi–Z |