Serie 3

1. Berechne von Hand die Kleinste-Quadrate-Gerade

a) für folgende Punkte:
$(x,y) = (1,2),\ (2,3),\ (4,4),\ (5,7)$

b) Füge zu den Punkten von a) den Punkt $(3,-1)$ hinzu.

c) Füge zu den Punkten von a) den Punkt $(-2,9)$ hinzu.

d) Zeichne alle Punkte und die 3 Geraden auf und kommentiere die Geraden und Punkte.

Tip: $\hat{\beta} = S_{xy}/S_{xx}$ berechnet man hier am einfachsten via $\sum_i x_i$, $\sum_i y_i$, $\sum_i x_i y_i$ und $\sum_i x_i^2$, da $S_{xy} := \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_i x_i y_i - \frac{1}{n}(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)$ und das Analoge für S_{xx} gilt.

2. Untersuche mit S-plus die Beziehung zwischen der Anzahl Unfälle und dem Anteil am Total der Flüge von 9 Fluggesellschaften:

Unfälle (U):	11	7	7	19	9	4	3	1	3
Anteil Flüge (A) (in %):	9.50	19.20	7.50	20.78	13.82	5.40	12.92	5.03	6.29

Die Daten sind in der Datei `/home/sfsadm/ueb.datasets/flugunfaelle.dat` und werden mit `d.flug <- read.table("/home/.....", head=T)` eingelesen.

a) Verwende dazu zuerst das Modell $E[U] = \alpha + \beta A$ und untersuche den Plot der Residuen gegen den Fit.
Anleitung: Führe zuerst eine lineare Regression mit der Funktion `lm(..,data=d.flug)` durch (weise das Resultat einem S-Objekt zu, z.B. `fit`). Die gewünschten Plots erhältst Du mit `plot(fitted.values(fit), residuals(fit))` .

b) Verwende das Modell $\sqrt{U} = \alpha^* + \beta^* A + Err.$ und diskutiere den Unterschied.

3. <u>Einfache Lineare Regression durch den Nullpunkt</u>
Wir nehmen folgendes Modell an:

$$Y_i = \beta x_i + E_i \quad \text{mit } E_i \text{ i.i.d. } \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \qquad \text{für } i = 1, \ldots, n.$$

a) Berechne $\hat{\beta}$, die Kleinste-Quadrate-Schätzung für β.

b) Berechne $\mathcal{E}\left\langle\hat{\beta}\right\rangle$ und $\mathrm{Var}\left\langle\hat{\beta}\right\rangle$
(**Tip**: $\mathrm{Var}\langle aX_1 + bX_2\rangle = a^2 \mathrm{Var}\langle X_1\rangle + b^2 \mathrm{Var}\langle X_2\rangle$, falls X_1, X_2 unabhängig sind).

c) [1] Konstruiere eine erwartungstreue Schätzung für σ^2 (d.h. $\hat{\sigma}^2$ so, dass $\mathcal{E}\left\langle\hat{\sigma}^2\right\rangle = \sigma^2$).
Tip: Die Summe der Residuen-Quadrate, SS_E, kann geschrieben werden als $SS_E = \sum_i Y_i^2 - \hat{\beta}^2 \sum_i x_i^2$. Berechne $\mathcal{E}\langle SS_E\rangle$.

Abgabe: Mo, 25.Nov. 96.
Computer – Präsenz: .... im HG E 27
Präsenz, Hilfe: Im SOL F5 (Sonneggstr.33), gemäss Vereinbarung: Tel. (63) 2-3408 oder via e-mail To: `maechler@stat.math.ethz.ch`.

Wenden !

[1] freiwillig

4. Linearisierbare Funktionen

Die folgende Tabelle enthält einige Funktionen, die sich durch Transformation linearisieren lassen (Darstellung unten). Vervollständige die Tabelle, indem Du die Nummer der Darstellung, sowie die zu verwendende Transformation einträgst. (Aus dem Buch von Daniel & Wood, S. 20.)

Funktion	Darstellung	Transformation	Lineare Form
$y = \alpha x^{\beta}$	2	$y' = \log(y),\ x' = \log(x)$	$y' = \log(\alpha) + \beta \cdot x'$
$y = \alpha e^{\beta \cdot x}$	...	....	....
$y = \alpha + \beta \cdot \log(x)$	...	....	....
$y = x/(\alpha \cdot x - \beta)$	...	....	....
$y = \frac{e^{\alpha+\beta x}}{1+e^{\alpha+\beta \cdot x}}$	...	....	....
$y = \alpha e^{\beta/x}$	...	....	....
$y = 1/(\alpha + \beta e^{-x})$	...	....	....