Lösungen zur Übung 4

1. a) Das Streudiagramm zeigt einen gekrümmten Zusammenhang.

b) N_t ist die Anzahl überlebender Bakterien bis zum Zeitpunkt t, N_0 ist der Anfangsbestand.

In jedem Intervall wird ein konstanter Anteil getötet, nämlich b mit $0 < b < 1$.

Dann gibt es

zur Zeit $t = 1$	$N_1 = b \cdot N_0$ Bakterien
zur Zeit $t = 2$	$N_2 = b \cdot N_1 = b^2 \cdot N_0$ Bakterien
$\vdots$	$\vdots$
zur Zeit $t = i$	$N_i = b \cdot N_{i-1} = \ldots = b^i \cdot N_0$ Bakterien

$$N_i = b^i \cdot N_0 \Longleftrightarrow \log(N_i) = i \cdot \log(b) + \log(N_0)$$

$$\Longleftrightarrow \underbrace{\log(N_i)}_{y} = \underbrace{\log(N_0)}_{\beta_0} + \underbrace{\log(b)}_{\beta_1} \cdot \underbrace{i}_{x}$$

Das Streudiagramm $\log(N_t)$ gegen t zeigt einen einigermassen linearen Zusammenhang.

c) Regressionsgleichung $\hat{y} = 5.973 - 0.218x$

Anfangsbestand : $\hat{N}_0 = e^{5.97316} = 393$

prozentuale Abnahme: $1 - \hat{b} = 1 - e^{-0.218} = 0.20$

2. **a)** $\hat{\beta} = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_i^2}$

b) $E(\hat{\beta}) = \beta, \quad Var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}$

3. a)
```
> x_c(.34,1.38,-.65,.68,1.4,-.88,-.3,-1.18,.5,-1.75)
> y_c(.27,1.34,-.53,.35,1.28,-.98,-.72,-.81,.64,-1.59)
> plot(x,y)
```

b)
```
> mod1_lm(y~x)
> mod1
  Call:
  lm(formula = y ~ x)

  Coefficients:
  (Intercept)          x
  -0.03339695 0.9044141
```

```
Degrees of freedom: 10 total; 8 residual
Residual standard error: 0.2261497
```

c)
```
> mod2_lm(x~y)
> mod2
Call:
lm(formula = x ~ y)

Coefficients:
(Intercept)         y
0.03312571 1.055009

Degrees of freedom: 10 total; 8 residual
Residual standard error: 0.2442534
> abline(mod1,lty=1)
> abline(mod2,lty=2)
> legend(x=0.25,y=-1,legend=c("y=ax+b","x=cy+d"),lty=1:2)
> title("Regression von y auf x und von x auf y")
```

d) Nein, die beiden Geraden haben nicht die gleiche Steigung. Das wäre dann und nur dann der Fall, wenn $a = \frac{1}{c} \Longleftrightarrow r^2 = 1$.